Виноградова Арина КМБО-01-20

[arina.airina@yandex.ru](mailto:arina.airina@yandex.ru)

@ari\_grape

Обозначения и предыдущая работа

1. Обозначения

и - результаты числовой арифметики, где все операции внутри круглых скобок выполняются с большей и меньшей точностью соответственно. Мы используем следующие комбинации точности [более высокая точность и более низкая точность], [четырехкратная точность и двойная точность] и [двойная точность и одинарная точность]. Для простоты мы опустим члены, меньшие из подсчета операций.

1. Итеративный метод уточнения со смешанной точностью

Мы рассматриваем линейную систему и не сингулярную матрицу . Пусть - вычисленное решение . Существует итеративный алгоритм уточнения с арифметикой смешанной точности для повышения точности .

Алгоритм 1 Итерационное уточнение приближенного решения линейной системы . Начальное значение получено с использованием арифметики меньшей точности.

repeat

Вычислите

Преобразуйте значение в значение с меньшей точностью.

Вычислите

Обновите как

until точность не станет достаточной

1. Итеративное уточнение для симметричной декомпозиции по собственным значениям

- единичная матрица . Предполагаем, что . Пусть ортогонально, диагонально и . столбцы являются собственными векторами , а диагональные элементы являются собственными значениями . Здесь мы предполагаем это . Для мы определяем матрицу ошибок таким образом, что . Алгоритм для вычисления и преобразования в как . Алгоритм сходится квадратично при условии, что матрица ошибок удовлетворяет следующему условию:

Алгоритм 2 Уточнения приближенных собственных векторов для вещественной симметричной матрицы . Предположим . Общая стоимость составляет от до операций.

Требуется:

Убедитесь:

function

end function

Здесь , , ,

Алгоритм для уменьшения требуемого параметра-математической точности алгоритма 2. Он основан на итеративном уточнении для решения линейных систем с использованием арифметики смешанной точности. Из и в алгоритме 2, в строке 6 удовлетворяет

Поскольку на диагональную часть ссылки нет, ее можно вычислить следующим образом

где . Условие сходимости такое же, как (4) для алгоритма 2.

Алгоритм 3 Уточнение приближенных собственных векторов для вещественной симметричной матрицы . Предположим . Общая стоимость составляет операций.

Требуется:

Убедитесь:

function

end function

1. Итеративное уточнение для разложения по сингулярным значениям

Здесь мы вводим итеративное уточнение для полного разложения по сингулярным значениям. Далее мы предполагаем, что

и приближение удовлетворяет для . Пусть и для в (1). Определите матрицы ошибок и такими

соответственно. Алгоритм, основанный на той же идее, что и алгоритм 2. Он вычисляет и и обновляет и до как ) соответственно. Этот процесс показан в алгоритме 4. Обратите внимание, что для у нас есть

с , , , , .

Алгоритм 4 Уточнения приближенных сингулярных векторов и для вещественной матрицы . Предположим для . Общая стоимость составляет от до операций.

Требуется:,

Убедитесь:

function,

end function